2. $z^4+4z^2-77=0$

On pose : t = z² On aura : $t^2+4t-77=0$ $\Delta'=81\rightarrow\delta'=9$ $t'=-11\,et\,t''=7$

- $t=7\Leftrightarrow z^2=7\Leftrightarrow z=-\sqrt{7}\ ou\ z=\sqrt{7}$
- $t=-11\Leftrightarrow z^2=-11\Leftrightarrow z=i\sqrt{11}\ ou\ z=-i\sqrt{11}$

$$S_{\mathbb{C}}=\left\{-\sqrt{7};\sqrt{7};-i\sqrt{11};i\sqrt{11}\right\}$$

3. $(E):z^5=\bar{z}$

- 0 est une solution de (E).
- Déterminons les solutions non nulles de (E).

On pose $z=re^{i\theta}$; $r>0$

$$(E)\Leftrightarrow(re^{i\theta})^5=\overline{re^{i\theta}}\Leftrightarrow r^5e^{5i\theta}=re^{-i\theta}\Leftrightarrow r^4e^{6i\theta}=1e^{i.0}\Leftrightarrow\begin{cases}r^4=1\\6\theta=2k\pi,k\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}r=1\\\theta=\dfrac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}\end{cases}$$

Les solutions sont :

$$z_0=1\ ;\ z_1=1.e^{i\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ z_2=1.e^{i2\frac{\pi}{3}}=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ z_3=1.e^{i\pi}=-1$$

$$z_4=1.e^{4i\frac{\pi}{3}}=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\ ;\ z_5=1.e^{5i\frac{\pi}{3}}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\mathbb{C}}=\left\{0,-1,1,-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}.$$